Απαντήσεις στα Μαθηματικά (Ι) ΕΠΑ.Λ. (Α) 2013

ΘΕΜΑ Α

Α.1. Σχολικό βιβλίο, σελ. 234

Α.2. α. $\to$ **Σ** **β.** $\to$ **Σ** **γ.** $\to$ **Λ** **δ.** $\to$ **Λ** ***(θα έπρεπε να διευκρινίζεται ότι*** $\alpha \neq \beta$***)*** **ε.** $\to$ **Σ**

Α.3. α) συνα-συνβ **β)** $cf'(x)$ **γ)** $\alpha x^{\alpha-1}$

ΘΕΜΑ Β

Β.1.

$$\lim_{x\to1^-} f(x) = \lim_{x\to1^-}(\alpha^2 x + \ell n x) = \alpha^2 1 + \ell n 1 = \alpha^2.$$

Β.2.

$$\lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^+}\frac{x^2-x}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x\to1^+}\frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}-2)} = \lim_{x\to1^+}\frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3})^2-2^2} =$$

$$= \lim_{x\to1^+}\frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = \lim_{x\to1^+} x(\sqrt{x+3}+2) = 4.$$

Β.3. Η **f** είναι συνεχής στο $x_0 = 1$ αν και μόνο αν $\alpha^2 = 4 \Leftrightarrow \alpha = \pm 2$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1.

Μισθός (εκατοντάδες €) x_i	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) ν_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	$x_i\nu_i$
6	25	50	150
10	17	34	170
15	6	12	90
20	2	4	40
Σύνολα	ν=50	100	450

Γ.2. $\bar{x} = \dfrac{\sum_{1}^{4} x_i \nu_i}{\nu} = \dfrac{450}{50} = 9$ εκατοντάδες ευρώ.

Γ.3. Το ποσοστό υπαλλήλων που έχουν μισθό το πολύ 1000 € είναι **50+34=84%.**

Γ.4.

x_i	v_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
6	25	3	9	225
10	17	-1	1	17
15	6	-6	36	216
20	2	-11	121	242
ΣΥΝΟΛΑ	v = 50	-	-	700

$$s^2 = \frac{25(6-9)^2 + 17(10-9)^2 + 6(15-9)^2 + 2(20-9)^2}{50} = \frac{700}{50} = 14.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1.

$f'(x) = ((x-2)^2)'(x+\alpha) + (x-2)^2(x+\alpha)' = 2(x-2)(x+\alpha) + (x-2)^2 =$

$= (x-2)[2(x+\alpha) + (x-2)] = (x-2)[3x + 2\alpha - 2].$

Δ.2.

Για να παρουσιάζει η συνάρτηση ακρότατο στο $x_0 = 4$ πρέπει

$f'(4) = 0 \Leftrightarrow (4-2)(3\cdot 4 + 2\alpha - 2) = 0 \Leftrightarrow 2(10+2\alpha) \Leftrightarrow \alpha = -5$.

Δ.3.

Έχουμε $f(x) = (x-2)^2(x-5)$ και $f'(x) = (x-2)(3x-12) = 3x^2 - 18x + 24$.

Από $f'(x) = (x-2)(3x-12) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ή $x=4$, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας μονοτονίας:

	$-\infty$		2		4		$+\infty$
f΄		+	0	−	0	+	
f		↗		↘		↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 2]$ και $[4, +\infty)$

ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[2, 4]$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = 2$ την τιμή $f(2) = 0$.

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 4$ την τιμή $f(4) = -4$.

Δ.4. Είναι $g(x) - h(x) = 3x^2 - 12x - (6x - 24) = 3x^2 - 18x + 24 = f'(x)$.

Το ζητούμενο εμβαδό δίνεται από το $\int_\kappa^\lambda |g(x) - h(x)|\,dx = \int_\kappa^\lambda |f'(x)|\,dx$ όπου κ,λ θα είναι

οι ελάχιστες , μέγιστες αντίστοιχα ρίζες της εξίσωσης $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ή $x=4$.

Δηλαδή $E = \int_2^4 |f'(x)|\,dx = -\int_2^4 f'(x)dx = -[f(x)]_2^4 = -[f(4) - f(2)] = -(-4+0) = 4$ τ.μ.

Επιμέλεια: Αθανασιάδης Κώστας

www.stoxos.edu.gr