Απαντήσεις Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής 2011

ΘΕΜΑ Α

Α.1. Σχολικό βιβλίο, σελ. 152
Α.2. Σχολικό βιβλίο, σελ. 142

Α.3 Σχολικό βιβλίο, σελ. 65 . Η σχετική συχνότητα μιας τιμής x_i είναι $f_i = \frac{\nu_i}{\nu}$,και αν πολλαπλασιαστεί με το 100 **εκφράζει** το ποσοστό (%) των παρατηρήσεων που είναι ίσες με την τιμή x_i

Α.4. **α.** → **Λ** **β.** → **Λ** **γ.** → **Σ** **δ.** → **Λ** **ε.** → **Σ**

ΘΕΜΑ Β

Β.1. Έχουμε $P(M) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{N(M)}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow N(\Omega) = 4N(M)$ και

$64 < N(\Omega) < 72 \Leftrightarrow 64 < 4N(M) < 72 \Leftrightarrow 16 < N(M) < 18 \Leftrightarrow N(M) = 17$ άρα $N(\Omega)=68$.

Β.2. Ισχύει $N(A)+N(K)+N(M)=N(\Omega)$, οπότε διαιρώντας με $N(\Omega)$ παίρνουμε

$$\frac{N(A)}{N(\Omega)} + \frac{N(K)}{N(\Omega)} + \frac{N(M)}{N(\Omega)} = 1 \Leftrightarrow P(A) + P(K) + P(M) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} + 4\lambda^2 - 5\lambda + \frac{7}{4} = 1 \Leftrightarrow 4\lambda^2 - 5\lambda + 1 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1 \text{ ή } \lambda = \frac{1}{4}$$

Αν $\lambda = 1$ έχουμε άτοπο διότι $P(A)=4$, διότι $0 \le P(A) \le 1$. Άρα $\lambda = \frac{1}{4}$.

Β.3. Για $\lambda = \frac{1}{4}$ παίρνουμε $P(A) = \frac{1}{4}$ και $P(K) = \frac{1}{2}$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(A) = \frac{1}{4}N(\Omega) \Leftrightarrow N(A) = \frac{68}{4} \Leftrightarrow N(A) = 17$$

$$P(M) = \frac{N(M)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(M) = \frac{1}{4}N(\Omega) \Leftrightarrow N(M) = \frac{68}{4} \Leftrightarrow N(M) = 17$$

$$P(K) = \frac{N(K)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(K) = \frac{1}{2}N(\Omega) \Leftrightarrow N(K) = \frac{68}{2} \Leftrightarrow N(K) = 34$$

Β.4. Επειδή τα ενδεχόμενα να πάρουμε άσπρη ή μαύρη είναι ασυμβίβαστα άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι $P(A \cup M) = P(A) + P(M) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

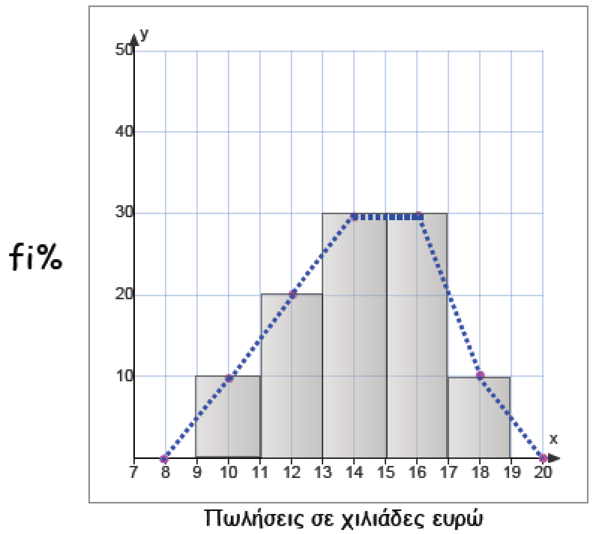
ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. Αφού το τμήμα ΔΕ είναι παράλληλο στον άξονα x'x ισχύει $y_Δ = y_Ε$.

$$\sum f_i\% = 100 \Leftrightarrow 10 + 20 + y_Δ + y_Ε + 10 = 100 \Leftrightarrow y_Δ = y_Ε = 30 \; .$$

Εδώ δινόταν ως δεδομένο η μέση τιμή των πωλήσεων που δεν χρειαζόταν με τον συγκεκριμένο τρόπο λύσης και μπορεί οι διαβασμένοι μαθητές να έχασαν πολύτιμο χρόνο…

Γ.2.



Γ.3.

Κλάσεις	**x_i**	**f_i %**
[9,11)	**10**	**10**
[11,13)	**12**	**20**
[13,15)	**14**	**30**
[15,17)	**16**	**30**
[17,19)	**18**	**10**
Σύνολα		**100**

Γ.4. Ζητάμε το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στις κλάσεις **[15,17) & [17,19).** Δηλαδή $f_4\% + f_5\% = 30\% + 10\% = 40\%$.

Γ.5. Το εμβαδό του χωρίου μεταξύ του πολυγώνου συχνοτήτων και του οριζόντιου άξονα ισούται με το μέγεθος του πληθυσμού , άρα ν=80.Ο ζητούμενος αριθμός πωλητών είναι $40\% \cdot 80 = 32$ πωλητές.

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1. $f'(x)=[e^{\frac{1}{3}x(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5})}]'=e^{\frac{1}{3}x(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5})}\cdot[\frac{1}{3}x(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5})]'=...=e^{\frac{1}{3}x(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5})}\cdot[x^2-\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}]$ και

έχουμε το $e^{\frac{1}{3}x(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5})}>0$ και το τριώνυμο $x^2-\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}$ έχει ρίζες $\frac{1}{3}\ \&\ \frac{2}{5}$.

Ισχύει ο παρακάτω πίνακας μονοτονίας.

x	$-\infty$	1/3		2/5	$+\infty$
f΄	+	0	−	0	+
f	↗		↘		↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty,\frac{1}{3}]$, $[\frac{2}{5},+\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο $[\frac{1}{3},\frac{2}{5}]$.

Δ.2. Επειδή $A\subseteq B\Rightarrow P(A)\le P(B)$ οπότε $P(A)=\frac{1}{3}$ & $P(B)=\frac{2}{5}$.

Επίσης ισχύουν $A\cap B=A$ & $A\cup B=B$.

* $P(A\cap B)=P(A)=\frac{1}{3}$
* $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=P(A)-P(A)=0$
* $P(A\cup B)=P(B)=\frac{2}{5}$
* $P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=P(B)-P(A)=\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$.

Δ.3.

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow e^{\frac{1}{3}x(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5})}=e^{\frac{1}{5}x(\frac{3}{2}x^2-x-\frac{1}{3})}\Leftrightarrow\frac{1}{3}x(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5})=\frac{1}{5}x(\frac{3}{2}x^2-x-\frac{1}{3})$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{3}x(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5})-\frac{1}{5}x(\frac{3}{2}x^2-x-\frac{1}{3})=0\Leftrightarrow x\cdot\left[\frac{-1}{30}x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{5}\right]=0\Leftrightarrow x=0 \text{ ή } x=2 \text{ ή } x=3.$$

Δ.4. Έχουμε $x_1<x_2<x_3\Leftrightarrow x_1=0,x_2=2,x_3=3$.

x_i	v_i	$v_i\,x_i$
0	**1**	**0**
2	**5**	**10**
3	**7**	**21**
Σύνολα	**13**	**31**

Τελικά $\bar{x}=\frac{\sum x_i v_i}{v}=\frac{31}{13}$.

Επιμέλεια: Αθανασιάδης Κώστας