Απαντήσεις Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής 2010

ΘΕΜΑ 1ο

Α.1. $\bar{x}' = \dfrac{(t_1-\bar{x})+(t_2-\bar{x})+....+(t_\nu-\bar{x})}{\nu} \Rightarrow \bar{x}' = \dfrac{(t_1+t_2....+t_\nu)-\nu\cdot\bar{x}}{\nu} \Rightarrow \bar{x}' = \dfrac{t_1+t_2+....+t_\nu}{\nu} - \dfrac{\nu\cdot\bar{x}}{\nu} \Rightarrow$

$\Rightarrow \bar{x}' = \bar{x}-\bar{x} = 0$.

Α.2. Σταθμικός μέσος $\bar{w} = \dfrac{x_1\cdot w_1 + x_2\cdot w_2+...+x_\nu\cdot w_\nu}{w_1+w_2+....+w_\nu} \Rightarrow \bar{w} = \dfrac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{\nu} w_i}$

Α.3 Το ενδεχόμενο που πραγματοποιείται πάντα λέγεται βέβαιο ενδεχόμενο και είναι ο δειγματικός χώρος Ω. Αδύνατο ενδεχόμενο είναι αυτό που δεν πραγματοποιείται σε καμία εκτέλεση του πειράματος τύχης και είναι το κενό σύνολο $\varnothing$.

Α.4. α. $\to$ **Σ** **β.** $\to$ **Λ** **γ.** $\to$ **Σ** **δ.** $\to$ **Λ** **ε.** $\to$ **Λ**

ΘΕΜΑ 2ο

$f(x) = 2\sqrt{x^2-x+1}-1, x\in\mathbb{R}$

Β.1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{2\sqrt{x^2-x+1}-1-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{2\sqrt{x^2-x+1}-2}{x-1} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim\limits_{x\to1}\dfrac{(2\sqrt{x^2-x+1})^2-2^2}{(x-1)(2\sqrt{x^2-x+1}+2)} =$

$= \lim\limits_{x\to1}\dfrac{4(x^2-x+1)-4}{(x-1)(2\sqrt{x^2-x+1}+2)} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{4x^2-4x+4-4}{(x-1)(2\sqrt{x^2-x+1}+2)} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{4x(x-1)}{(x-1)(2\sqrt{x^2-x+1}+2)} = \dfrac{4\cdot1}{2\cdot1+2} = \dfrac{4}{4} = 1$.

Β.2. Ε $f'(x) = 2\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-x+1}}\cdot(x^2-x+1)' \Rightarrow f'(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}} \Rightarrow f'(0) = \dfrac{2\cdot0-1}{\sqrt{1}} \Rightarrow f'(0) = -1$.

Β.3. Αφού $\lambda = -1 \Rightarrow$ η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη με τον $x'x$ είναι 135^o.

ΘΕΜΑ 3ο

Γ.1. Ισχύει ότι: $\dfrac{2c+c}{2} = 6 \Leftrightarrow 3c = 12 \Leftrightarrow c = 4$ αν $[c, 2c)$: η $2^η$ κλάση.

Γ.2.

Κλάσεις	x_i	ν_i	$x_i\ \nu_i$	$x_1{}^2$	$x_i{}^2\nu_i$
$[0-4)$	2	20	40	4	80
$[4-8)$	6	40	240	36	1440
$[8-12)$	10	45	450	100	4500
$[12-16)$	14	30	420	196	5880
$[16-20)$	18	25	450	324	8100
Σύνολο	-	160	1600	-	20000

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i \nu_i}{\nu} = \frac{1600}{160} = 10$$

$$s^2 \frac{1}{160}[20000 - \frac{1600^2}{160}] = \frac{1}{160}(20000 - 16000) \Rightarrow s^2 = 25 \Rightarrow s = \sqrt{25} \Rightarrow s = 5 \text{ Kgr}.$$

Γ.3. Είναι $CV = \frac{s}{\overline{x}} = \frac{5}{10} = 0,5 \cdot 100 = 50\% \; > \; 10\%$, επομένως το δείγμα είναι **ανομοιογενές.**

Γ.4. «Από 7 μέχρι 14 κιλά» σημαίνει: $\frac{1}{4} \cdot 40 + 45 + \frac{1}{2} \cdot 30 = 10 + 45 + 15 = 70$ άτομα.

Άρα: $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{70}{160} = \frac{7}{16}$.

ΘΕΜΑ 4ο

Δ.1.

$$f'(x) = \frac{1}{x - P(A)} \cdot [x - P(A)]' - \frac{1}{2} \cdot 2[x - P(A)] \cdot [x - P(A)]' = \frac{1}{x - P(A)} - [x - P(A)] = \frac{1 - [x - P(A)]^2}{x - P(A)}, \; x>P(A).$$

x	P(A)		1+P(A)		+∞
f΄	‖	+	0	−	
f	‖	↗	P(B)-½	↘	

max για x =1+P(A) το $f(1 + P(A)) = P(B) - \frac{1}{2}$

Δ.2. Ισχύει $1 + P(A) = \frac{5}{3} \Leftrightarrow P(A) = \frac{2}{3}$ και $P(B) - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow P(B) = \frac{1}{2}$

Δ.3. $P(A) = \frac{2}{3}$ και $P(B) = \frac{1}{2}$ και $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$

$$P[(A \cap B)'] = 1 - P(A \cap B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cup B)] = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cup B) = 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{5}{6} =$$

$$= \frac{6 - 4 - 3 + 5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Δ.4.

$$P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(B \cap A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) =$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{4}{6} = \frac{1}{2}.$$

Επιμέλεια: Πούλκα Χριστίνα, Αθανασιάδης Κώστας, Καρακούμης Βασίλης