

ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Εισηγητής : Αθανασιάδης Κωνσταντίνος

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. α)** Αν είναι $a, \beta > 0$ με $a, \beta \neq 1$ και $\theta > 0$, να γράψετε τον λογάριθμο $\log_{\beta} \theta$ ως προς βάση τον αριθμό a .
- β)** Να αντιστοιχίσετε κάθε παράσταση της **Στήλης Α** με μία τιμή του x που βρίσκεται στη **Στήλη Β**.

Α στήλη	Β στήλη
1. $\log x = -2$	α. $x = \frac{1}{5}$
2. $\log_x 25 = -2$	β. $x = \frac{2}{3}$
3. $\log_8 4 = x$	γ. $x = \frac{1}{2}$
4. $\frac{\ln 5}{\ln 10} = \log x$	δ. $x = 0,01$
	ε. $x = 5$

γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με την ένδειξη **Σ** (σωστή) ή **Λ** (λανθασμένη).

α) Για κάθε $\beta > 0$ ισχύει $\log_{\beta} 2 = \log_2 \beta$,

β) Για κάθε $a > 0$ ισχύει $\log_{4/3} a = -\log_{3/4} a$,

γ) Αν $(0,5)^{x_1} < 2^{-x_2}$, τότε $x_1 < x_2$,

δ) Για κάθε $x \neq 0$ ισχύει $\log x^2 = 2 \log |x|$.

δ) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις:

α) Η παράσταση $1 + \log_{\beta} \alpha$ είναι ίση με :

A: $\log_{\alpha} \beta$ B: $\log_{\alpha} \beta - 1$ Γ: $\log \alpha \beta$

Δ: $\log_{\beta} \alpha \beta$ E: $\log_{\alpha} \alpha \beta$

β) Αν $2^x - 12 = 0$, τότε η παράσταση $x + 2$ είναι ίση με :

A: $\log_2 81$ B: $\log_2 6$ Γ: $\log_2 32$

Δ: $\log_2 10$ E: $\log_2 48$

B. Θεωρούμε την παράσταση :

$$y = 2 \log_{\alpha} 12 - \log_{\alpha} 9$$

- α) Να γράψετε το y στη μορφή ενός λογαρίθμου,
β) Να υπολογίσετε το y όταν $\alpha = 2$.

Γ. Ο πρώτος όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι $a_1 = \ln(x y)$ και η διαφορά $\omega = \ln y$ με $x, y > 0$.

- α) Να γράψετε τον τρίτο όρο a_3 και τον νιοστό όρο a_n της προόδου,

β) Να αποδείξετε ότι $S_n = n \ln x + \frac{(n+1)n}{2} \cdot \ln y$.

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x) = 4x^3 - 16x^2 - 19x + \alpha$.

- α) Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-5$, να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό α ,

- β) Να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει επίσης παράγοντα το $2x+1$.

- γ) Να γράψετε το $P(x)$ υπό τη μορφή γινομένου,

- δ) Να λύσετε την εξίσωση $4 \log^3 t - 5 = \log^2 t^4 + \log t^{19}$

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Θεωρούμε την παράσταση $P(\alpha) = \frac{\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{1 + \eta\mu 2\alpha} + \frac{1 + \eta\mu 2\alpha}{\sigma\upsilon\nu 2\alpha}$

- α) Να αποδείξετε ότι $P(\alpha) = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu 2\alpha}$,

- β) Να λύσετε την εξίσωση $P(\alpha) = 4$ στο διάστημα $(0, 2\pi)$.

B. Θεωρούμε το άθροισμα $\sum = (2 + \eta\mu 2x) + (5 + \eta\mu 2x) + (8 + \eta\mu 2x) + \dots + (23 + \eta\mu 2x)$

- α) Να αποδείξετε ότι οι όροι του αθροίσματος είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου,

- β) Να βρείτε την τάξη του τελευταίου όρου του αθροίσματος,

- γ) Να λύσετε την εξίσωση $\sum = 104$.

ΘΕΜΑ 4^ο

Την περίοδο 1970-1990 ο πληθυσμός μίας πόλης αυξανόταν σύμφωνα με τον τύπο $P(t) = \kappa \alpha^t$ με $\alpha > 0$ όπου το t μετριέται σε χρόνια και κ μία σταθερά. Το έτος 1970 ο πληθυσμός της πόλης ήταν 36.000 κάτοικοι, ενώ το 1980 ήταν 48.000 κάτοικοι.

- α) Να αποδείξετε ότι $\kappa = 36.000$,

- β) Να υπολογίσετε το α^{10} ,

- γ) Ποιος ο πληθυσμός της πόλης το 1990.

Καλή Επιτυχία