



Απαντήσεις Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής 2011

ΘΕΜΑ Α

Α.1. Σχολικό βιβλίο, σελ. 152

Α.2. Σχολικό βιβλίο, σελ. 142

Α.3 Σχολικό βιβλίο, σελ. 65

Α.4. α. → Λ β. → Λ γ. → Σ δ. → Λ ε. → Σ

ΘΕΜΑ ΒΒ.1. Έχουμε $P(M) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{N(M)}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow N(\Omega) = 4N(M)$ και

$$64 < N(\Omega) < 72 \Leftrightarrow 64 < 4N(M) < 72 \Leftrightarrow 16 < N(M) < 18 \Leftrightarrow N(M) = 17 \text{ άρα } N(\Omega) = 68.$$

Β.2. Ισχύει $N(A) + N(K) + N(M) = N(\Omega)$, οπότε διαιρώντας με $N(\Omega)$ παίρνουμε

$$\frac{N(A)}{N(\Omega)} + \frac{N(K)}{N(\Omega)} + \frac{N(M)}{N(\Omega)} = 1 \Leftrightarrow P(A) + P(K) + P(M) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} + 4\lambda^2 - 5\lambda + \frac{7}{4} = 1 \Leftrightarrow 4\lambda^2 - 5\lambda + 1 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1 \text{ ή } \lambda = \frac{1}{4}$$

Αν $\lambda = 1$ έχουμε άτοπο διότι $P(A) = 4$, διότι $0 \leq P(A) \leq 1$. Άρα $\lambda = \frac{1}{4}$.Β.3. Για $\lambda = \frac{1}{4}$ παίρνουμε $P(A) = \frac{1}{4}$ και $P(K) = \frac{1}{2}$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(A) = \frac{1}{4} N(\Omega) \Leftrightarrow N(A) = \frac{68}{4} \Leftrightarrow N(A) = 17$$

$$P(M) = \frac{N(M)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(M) = \frac{1}{4} N(\Omega) \Leftrightarrow N(M) = \frac{68}{4} \Leftrightarrow N(M) = 17$$

$$P(K) = \frac{N(K)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(K) = \frac{1}{2} N(\Omega) \Leftrightarrow N(K) = \frac{68}{2} \Leftrightarrow N(K) = 34$$

Β.4. Επειδή τα ενδεχόμενα να πάρουμε άσπρη ή μαύρη είναι ασυμβίβαστα άρα η ζητούμενη πιθανότητα

$$\text{είναι } P(A \cup M) = P(A) + P(M) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

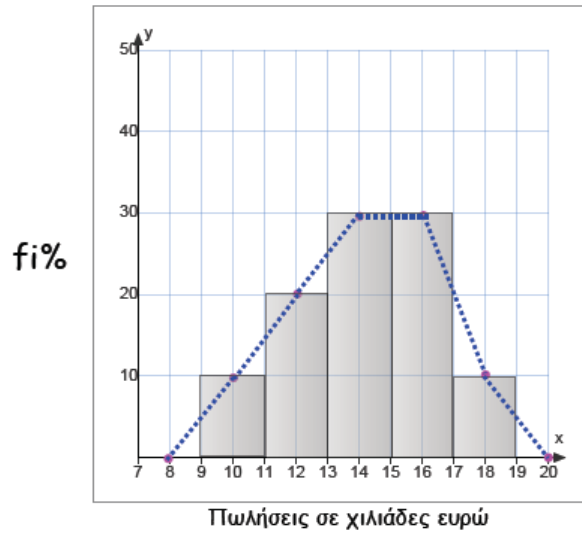
ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. Αφού το τμήμα ΔΕ είναι παράλληλο στον άξονα x'x ισχύει $y_{\Delta} = y_E$.

$$\sum f_i \% = 100 \Leftrightarrow 10 + 20 + y_{\Delta} + y_E + 10 = 100 \Leftrightarrow y_{\Delta} = y_E = 30 .$$

Εδώ δινόταν ως δεδομένο η μέση τιμή των πωλήσεων που δεν χρειαζόταν με τον συγκεκριμένο τρόπο λύσης και μπορεί οι διαβασμένοι μαθητές να έχασαν πολύτιμο χρόνο...

Γ.2.



Γ.3.

Κλάσεις	x_i	$f_i \%$
[9,11)	10	10
[11,13)	12	20
[13,15)	14	30
[15,17)	16	30
[17,19)	18	10
Σύνολα		100

Γ.4. Ζητάμε το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στις κλάσεις [15,17) & [17,19).

Δηλαδή $f_4 \% + f_5 \% = 30\% + 10\% = 40\%$.

Γ.5. Το εμβαδό του χωρίου μεταξύ του πολυγώνου συχνοτήτων και του οριζόντιου άξονα ισούται με το μέγεθος του πληθυσμού, άρα $n=80$. Ο ζητούμενος αριθμός πωλητών είναι $40\% \cdot 80 = 32$ πωλητές.



ΘΕΜΑ Δ

Δ.1. $f'(x) = [e^{\frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5})}]' = e^{\frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5})} \cdot [\frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5})]' = \dots = e^{\frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5})} \cdot [x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15}]$ και έχουμε το $e^{\frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5})} > 0$ και το τριώνυμο $x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15}$ έχει ρίζες $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{5}$.

Ισχύει ο παρακάτω πίνακας μονοτονίας.

x	$-\infty$	$1/3$	$2/5$	$+\infty$	
f'	+	0	-	0	+
f	↗		↘		↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, \frac{1}{3}]$, $[\frac{2}{5}, +\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο $[\frac{1}{3}, \frac{2}{5}]$.

Δ.2. Επειδή $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$ οπότε $P(A) = \frac{1}{3}$ & $P(B) = \frac{2}{5}$.

Επίσης ισχύουν $A \cap B = A$ & $A \cup B = B$.

* $P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{3}$

* $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A) = 0$

* $P(A \cup B) = P(B) = \frac{2}{5}$

* $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B) - P(A) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$.

Δ.3. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow e^{\frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5})} = e^{\frac{1}{5}x(\frac{3}{2}x^2 - x - \frac{1}{3})} \Leftrightarrow \frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}) = \frac{1}{5}x(\frac{3}{2}x^2 - x - \frac{1}{3})$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}) - \frac{1}{5}x(\frac{3}{2}x^2 - x - \frac{1}{3}) = 0 \Leftrightarrow x \cdot \left[\frac{-1}{30}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{5} \right] = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ή $x=2$ ή $x=3$.

Δ.4. Έχουμε $x_1 < x_2 < x_3 \Leftrightarrow x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 3$.

x_i	v_i	$v_i x_i$
0	1	0
2	5	10
3	7	21
Σύνολα	13	31

Τελικά $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{31}{13}$.