

Απαντήσεις Μαθηματικά Γενικής Παιδείας Γ' Λυκείου 2008

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. απόδειξη σελ . 28

$$B. CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \begin{cases} \frac{s}{\bar{x}} & , \text{αν } \bar{x} > 0 \\ \frac{s}{-\bar{x}} & , \text{αν } \bar{x} < 0 \end{cases}$$

Γ. α) Λ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Σ

ΘΕΜΑ 2^ο

α) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x f(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x \frac{x-1}{e^x}}{x^2 - 1} = \dots = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$

β) $f'(x) = \frac{(x-1)'e^x - (x-1)(e^x)'}{(e^x)^2} = \dots = \frac{2-x}{e^x}$, αρα $e^x f'(x) = 2-x$

γ) Για $f'(x) = 0 \Rightarrow 2-x = 0$ αρα $f_{\max} = f(2) = \frac{1}{e^2}$.

| | | | | |
|----|-----------|---|-----------|--|
| x | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ | |
| f' | + | 0 | - | |
| f | ↗ | | ↘ | |

ΘΕΜΑ 3^ο

α) $\bar{x}_A = \frac{20+26+24+22+18}{5} = \frac{110}{5} = 22$

$\bar{x}_B = \frac{26+32+19+20+23}{5} = \frac{120}{5} = 24$

β) $\frac{38}{22} = 1,727$ (μία ώρα λειτουργίας της μπαταρίας Α) ενώ $\frac{40}{24} = 1,67$. Άρα συμφέρει ο 2^{ος} τύπος της μπαταρίας .

$S_A^2 = \frac{1}{5} [(20-22)^2 + (26-22)^2 + (24-22)^2 + (22-22)^2 + (18-22)^2] = \frac{1}{5} (4+16+4+16) =$

γ) $= \frac{1}{5} \cdot 40 = 8$ άρα $S_A = 2\sqrt{2}$

$S_B^2 = \frac{1}{5} [(26-24)^2 + (32-24)^2 + (19-24)^2 + (20-24)^2 + (23-24)^2] =$

Άρα $= \frac{1}{5} (4+64+25+16+1) = \frac{1}{5} \cdot 110 = 22$

Άρα $S_B = \sqrt{2} \cdot \sqrt{11} \approx 3,3\sqrt{2}$



$$\delta) \begin{cases} CV_A = \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{2\sqrt{2}}{22} = \frac{\sqrt{2}}{11} \approx 0,128 \\ CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} = \frac{3,3\sqrt{2}}{24} \approx 0,194 \end{cases} \quad \text{άρα περισσότερο ομοιογενής είναι η κατανομή Α .}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

$$P(\alpha) = 50\%$$

$$P(\alpha - \beta) = 30\% \Rightarrow P(\alpha) - P(\alpha \cap \beta) = 30\% \Rightarrow P(\alpha \cap \beta) = P(\alpha) - 30\%$$

$$\alpha) \begin{cases} P(\alpha' \cup \beta) = P(\alpha') + P(\beta) - P(\beta \cap \alpha') = 1 - P(\alpha) + P(\beta) - P(\beta - \alpha) \\ = 1 - P(\alpha) + P(\beta) - P(\beta - \alpha) = 1 - P(\alpha) + P(\beta) - [P(\beta) - P(\beta \cap \alpha)] \\ = 1 - P(\alpha) + P(\beta) - P(\beta) + P(\alpha \cap \beta) = 1 - P(\alpha) + P(\alpha) - 30\% \\ = 100\% - 30\% = 70\% \end{cases}$$

$$\beta) \text{ Ισχύει ότι : } \begin{cases} P(\alpha \cap \beta) \leq P(\beta) \Rightarrow P(\alpha) - 30\% \leq P(\beta) \Rightarrow 50\% - 30\% \leq P(\beta) \\ \Rightarrow 20\% \leq P(\beta) \Rightarrow \frac{1}{5} \leq P(\beta) \quad (1) \end{cases}$$

$$\text{Ομοίως, αφού } \begin{cases} P(\alpha \cup \beta) \leq 1 \Rightarrow P(\alpha) + P(\beta) - P(\alpha \cap \beta) \leq 100\% \\ \Rightarrow P(\alpha) + P(\beta) - P(\alpha) + 30\% \leq 100\% \Rightarrow P(\beta) \leq 70\% \Rightarrow P(\beta) \leq \frac{7}{10} \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Από (1), (2)} \Rightarrow \frac{1}{5} \leq P(\beta) \leq \frac{7}{10} .$$

$$\gamma) f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + P(\beta)x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - x + P(\beta)$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot P(\beta) = 1 - 12P(\beta) \text{ αλλά}$$

$$\frac{1}{5} \leq P(\beta) \leq \frac{7}{10} \Rightarrow -\frac{37}{5} \leq 1 - 12P(\beta) \leq -\frac{7}{5} \Rightarrow -\frac{37}{5} \leq \Delta \leq -\frac{7}{5} \Rightarrow \Delta < 0 . \text{ Άρα } f'(x) > 0 \text{ ομόσημο του}$$
$$\alpha = 3 > 0 \text{ άρα δεν έχει ακρότητα .}$$