

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A. Θεωρία σελ. 28
- B. Θεωρία σελ. 13
- Γ. Θεωρία σελ. 87

- Δ. α. Λάθος
- β. Λάθος
- γ. Σωστό
- δ. Σωστό
- ε. Λάθος

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

Γ : Ο καθηγητής του συλλόγου να είναι γυναίκα.

Φ : Ο καθηγητής του συλλόγου να είναι φιλόλογος.

Τότε το ενδεχόμενο  $\Gamma \cap \Phi$  είναι : Ο καθηγητής του συλλόγου να είναι γυναίκα και φιλόλογος.

Επειδή το 55% των καθηγητών είναι γυναίκες άρα  $P(\Gamma) = \frac{55}{100}$ ,

Επειδή το 40% είναι φιλόλογοι άρα  $P(\Phi) = \frac{40}{100}$

και επειδή το 30% είναι γυναίκες φιλόλογοι, άρα  $P(\Gamma \cap \Phi) = \frac{30}{100}$ .

α. Το ενδεχόμενο γυναίκα ή φιλόλογος είναι  $\Gamma \cup \Phi$  οπότε η πιθανότητα

$$P(\Gamma \cup \Phi) = P(\Gamma) + P(\Phi) - P(\Gamma \cap \Phi) = \frac{55}{100} + \frac{40}{100} - \frac{30}{100} = \frac{65}{100}.$$

β. Το ενδεχόμενο γυναίκα και όχι φιλόλογος είναι  $\Gamma \cap \Phi' = \Gamma - \Phi$  άρα η πιθανότητα

$$P(\Gamma - \Phi) = P(\Gamma) - P(\Gamma \cap \Phi) = \frac{55}{100} - \frac{30}{100} = \frac{25}{100}.$$

γ. Το ενδεχόμενο άνδρας και φιλόλογος είναι το ίδιο με το ενδεχόμενο όχι γυναίκα και φιλόλογος,

$$\text{άρα } \Gamma' \cap \Phi = \Phi - \Gamma \text{ οπότε η πιθανότητα } P(\Phi - \Gamma) = P(\Phi) - P(\Phi \cap \Gamma) = \frac{40}{100} - \frac{30}{100} = \frac{10}{100}$$

δ. Το ενδεχόμενο άνδρας ή φιλόλογος είναι  $\Gamma' \cup \Phi$ . Άρα η πιθανότητα

$$P(\Gamma' \cup \Phi) = P(\Gamma') + P(\Phi) - P(\Gamma' \cap \Phi) = 1 - P(\Gamma) + P(\Phi) - P(\Phi - \Gamma) =$$

$$= 1 - \frac{55}{100} + \frac{40}{100} - \frac{10}{100} = \frac{100}{100} - \frac{5}{100} + \frac{40}{100} - \frac{10}{100} = \frac{75}{100}.$$

**ΘΕΜΑ 3.**

A. Η σωστή απάντηση είναι η γ. δηλαδή το πεδίο ορισμού της f είναι  $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$  διότι η f ορίζεται όταν  $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$

B. Βρίσκουμε την  $f'(x)$ .  $f'(x) = \left(\frac{x}{x^2-1}\right)' = \frac{x'(x^2-1) - x(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2-1-2x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{-x^2-1}{(x^2-1)^2} = -\frac{(x^2+1)}{(x^2-1)^2} < 0$

(αφού ο αριθμητής και ο παρονομαστής είναι θετικοί)

Γ. Έχουμε  $(x+1)f(x) = (x+1)\frac{x}{x^2-1} = \frac{x(x+1)}{x^2-1} = \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x}{x-1}$ . Οπότε

$$\lim_{x \rightarrow -1} [(x+1)f(x)] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2}.$$

Δ. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης στο σημείο  $(0, f(0))$  είναι  $\lambda = f'(0)$ , άρα

$$\lambda = -\frac{(0^2+1)}{(0^2-1)^2} = -1. \text{ Η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη με τον άξονα } xx' \text{ είναι } \omega, \text{ οπότε:}$$

$$\epsilon\phi\omega = \lambda \Leftrightarrow \epsilon\phi\omega = -1 \text{ άρα } \omega = 135^\circ.$$

#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

α. Για την ομάδα Α έχουμε  $\bar{x}_A = \frac{1+8+9+5+3+4}{6} = \frac{30}{6} = 5.$

Για να βρούμε την διάμεσο τοποθετούμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά.

1 3 4 5 8 9 οπότε  $\delta_A = \frac{4+5}{2} = 4,5$

Για την ομάδα Β έχουμε  $\bar{x}_B = \frac{7+14+6+4+12+5}{6} = \frac{48}{6} = 8$

Για την διάμεσο  $\delta_B$ , βάζοντας τις παρατηρήσεις στη σειρά:

4 5 6 7 12 14 έχουμε  $\delta_B = \frac{6+7}{2} = 6,5$

β. Για να συγκρίνουμε ως προς την ομοιογένεια τις παρατηρήσεις θα βρούμε τους συντελεστές μεταβολής.

$$s_A^2 = \frac{(1-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2 + (5-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2}{6} = \frac{(-4)^2 + 3^2 + 4^2 + 0^2 + (-2)^2 + (-1)^2}{6} =$$

$$\frac{16+9+16+0+4+1}{6} = \frac{46}{6} \text{ οπότε } s_A = \sqrt{\frac{46}{6}} = \sqrt{\frac{23}{3}}$$

$$s_B^2 = \frac{(7-8)^2 + (14-8)^2 + (6-8)^2 + (4-8)^2 + (12-8)^2 + (5-8)^2}{6} =$$

$$= \frac{(-1)^2 + 6^2 + (-2)^2 + (-4)^2 + 4^2 + (-3)^2}{6} = \frac{1+36+4+16+16+9}{6} = \frac{82}{6} = \frac{41}{3}, \text{ οπότε}$$

$$s_B = \sqrt{\frac{82}{6}} = \sqrt{\frac{41}{3}}$$

$$\text{Άρα } CV_A = \frac{s_A}{\bar{x}_A} = \frac{\sqrt{\frac{23}{3}}}{5} = \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{75}} \text{ και } CV_B = \frac{s_B}{\bar{x}_B} = \frac{\sqrt{\frac{41}{3}}}{8} = \frac{\sqrt{41}}{\sqrt{64}} = \sqrt{\frac{41}{192}}.$$

Όμως  $\frac{23}{75} > \frac{41}{192}$ , οπότε  $CV_A > CV_B$  άρα η Β ομάδα έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια.

Γ. Αφού οι παρατηρήσεις της Α ομάδας αυξάνονται κατά 20%, η μέση τιμή -σύμφωνα με την εφαρμογή του βιβλίου – αυξάνεται κατά 20%. Η νέα μέση τιμή είναι:

$$\bar{x}_A' = \bar{x}_A + 20\% \cdot \bar{x}_A = 1,2 \cdot \bar{x}_A = 1,2 \cdot 5 = 6$$

Αφού οι παρατηρήσεις της Β ομάδας αυξάνονται κατά 5 τότε και η μέση τιμή αυξάνεται κατά 5, οπότε  $\bar{x}_B' = \bar{x}_B + 5 = 8 + 5 = 13$

Δ. Για την ομάδα Α η νέα τυπική απόκλιση είναι αυξημένη κατά 20%.  $s_A' = s_A + 20\% \cdot s_A = 1,2 \cdot s_A$ ,

$$\text{οπότε } CV_{A'} = \frac{s_A'}{\bar{x}_A'} = \frac{1,2s_A}{1,2\bar{x}_A} = CV_A = \sqrt{\frac{23}{75}}.$$

Για την ομάδα Β η νέα τυπική απόκλιση ισούται με την παλιά  $s_B' = s_B$ .

$CV_{B'} = \frac{s_B'}{\bar{x}_B'} = \frac{\sqrt{41}}{13} = \frac{\sqrt{41}}{\sqrt{169}} = \sqrt{\frac{41}{507}} < CV_B$ . Οπότε  $CV_{A'} = CV_A > CV_B > CV_{B'}$ . Επομένως εξακολουθεί η ομάδα Β να έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια.