Απαντήσεις στα Μαθηματικά Γ΄ ΕΠΑΛ 2010

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολ. Βιβλίο σελ.175

Α2. **α.** → **Λ** **β.** → **Σ** **γ.** → **Σ** **δ.** → **Λ**

Α3. **α.** $\left(\frac{f}{g}\right)'(x)=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$,με $g(x)\neq 0$

β. $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$, με $x>0$

γ. $(e^x)'=e^x$

δ. $(\sigma\upsilon\nu x)'=-\eta\mu x$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Ημέρες απουσίας x_i	**Υπάλληλοι v_i**	**Σχετική Συχνότητα $f_i\%$**	**Αθροιστική Συχνότητα**	**Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %**	**$x_i v_i$**
0	8	16%	8	16	0
1	10	20%	18	36	10
2	15	30%	33	66	30
3	10	20%	43	86	30
4	5	10%	48	96	20
5	2	4%	50	100	10
Αθροίσματα	50	100%			100

Β2. $\bar{x}=\frac{\sum x_i v_i}{v}=\frac{100}{50}=2$

Β3. Επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιος αριθμός ($v = 50$) , η διάμεσος θα είναι το ημιάθροισμα των δυο μεσαίων παρατηρήσεων δηλ. $25^{\eta\varsigma}$ και $26^{\eta\varsigma}$ παρατήρησης $\frac{2+2}{2}=2$.

Άρα δ=2.

Β4. $v_3+v_4+v_5=15+10+5=30$

$f_3\%+f_4\%+f_5\%=30+20+10=60\%$.Άρα 30 μαθητές (ή το 60%) των μαθητών απουσίαζαν από 2 έως 4 μέρες.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{(x-3)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x-3}{x+1} = \dfrac{1-3}{1+1} = \dfrac{-2}{2} = -1$

Γ2. $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+}(\sqrt{x+3}+\alpha) = \sqrt{4}+\alpha = 2+\alpha$

Γ3. $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow -1 = 2+\alpha \Leftrightarrow \alpha = -3$

Γ4.

$A = 3\cdot f(0) + 2f(6) = 3\cdot(-3) + 2\cdot 0 = -9$

αφού $f(0) = \dfrac{0^2-4\cdot 0+3}{0^2-1} = -3,\ \ f(6) = \sqrt{9}-3 = 3-3 = 0$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ακρότατο στο $x_0 = 2$ άρα $f'(2) = 0$

$f'(x) = x^2-5x+\alpha$

$f'(2) = 4-5\cdot 2+\alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 6$

Διέρχεται από $A(0,1)$

$f(0) = 1:\ \ f(0) = \beta$. Άρα $\beta = 1$

Δ2. $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{5}{2}x^2 + 6x + 1$

$f'(x) = x^2-5x+6$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2-5x+6 = 0$ άρα $x_1 = 3$ ή $x_2 = 2$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
f΄		+	0	-	0	+	
f		↗		↘		↗	
			Τ.Μ. 17/3		Τ.Ε. 11/2		

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty,2]$, $[3,+\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο $[2,3]$.

Δ3. Τοπ. Μέγιστο: $f(2) = \dfrac{17}{3}$

Τοπ. Ελάχιστο: $f(3) = \dfrac{11}{2}$

Δ4.

$$\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x+1\right)dx = \left[\frac{x^4}{12}-\frac{5x^3}{6}+3x^2+x\right]_1^2 = \left(\frac{16}{12}-\frac{40}{6}+12+2\right)-\left(\frac{1}{12}-\frac{5}{6}+3+1\right) =$$

$$\left(\frac{26}{3}\right)-\left(\frac{13}{4}\right) = \frac{65}{12}.$$

Επιμέλεια: Αθανασιάδης Κώστας, Καρακούμης Βασίλης