Απαντήσεις στα Μαθηματικά Γ΄ ΕΠΑΛ 2010

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολ. Βιβλίο σελ.175

Α2. **α.** → **Λ** **β.** → **Σ** **γ.** → **Σ** **δ.** → **Λ**

Α3. **α.** $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$,με $g(x) \neq 0$

β. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, με $x > 0$

γ. $(e^x)' = e^x$

δ. $(συνx)' = -ημx$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Ημέρες απουσίας x_i	**Υπάλληλοι v_i**	**Σχετική Συχνότητα f_i%**	**Αθροιστική Συχνότητα**	**Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %**	**$x_i\ v_i$**
0	8	16%	8	16	0
1	10	20%	18	36	10
2	15	30%	33	66	30
3	10	20%	43	86	30
4	5	10%	48	96	20
5	2	4%	50	100	10
Αθροίσματα	50	100%			100

Β2. $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{100}{50} = 2$

Β3. Επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιος αριθμός (ν = 50) , η διάμεσος θα είναι το ημιάθροισμα των δυο μεσαίων παρατηρήσεων δηλ. 25^{ης} και 26^{ης} παρατήρησης $\frac{2+2}{2} = 2$.

Άρα δ=2.

Β4. $v_3 + v_4 + v_5 = 15 + 10 + 5 = 30$

$f_3\% + f_4\% + f_5\% = 30 + 20 + 10 = 60\%$.Άρα 30 μαθητές (ή το 60%) των μαθητών απουσίαζαν από 2 έως 4 μέρες.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{(x-3)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)}=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x-3}{x+1}=\dfrac{1-3}{1+1}=\dfrac{-2}{2}=-1$

Γ2. $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}(\sqrt{x+3}+\alpha)=\sqrt{4}+\alpha=2+\alpha$

Γ3. $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=f(1)\Leftrightarrow -1=2+\alpha\Leftrightarrow \alpha=-3$

Γ4.

$A=3\cdot f(0)+2f(6)=3\cdot(-3)+2\cdot 0=-9$

αφού $f(0)=\dfrac{0^2-4\cdot 0+3}{0^2-1}=-3,\ \ f(6)=\sqrt{9}-3=3-3=0$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ακρότατο στο $x_0=2$ άρα $f'(2)=0$

$f'(x)=x^2-5x+\alpha$

$f'(2)=4-5\cdot 2+\alpha=0\Leftrightarrow \alpha=6$

Διέρχεται από $A(0,1)$

$f(0)=1:\ \ f(0)=\beta$. Άρα $\beta=1$

Δ2. $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{5}{2}x^2+6x+1$

$f'(x)=x^2-5x+6$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-5x+6=0$ άρα $x_1=3$ ή $x_2=2$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
f΄		+	0	−	0	+	
f		↗		↘		↗	
			Τ.Μ. 17/3		Τ.Ε. 11/2		

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty,2]$, $[3,+\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο $[2,3]$.

Δ3. Τοπ. Μέγιστο: $f(2)=\dfrac{17}{3}$

Τοπ. Ελάχιστο: $f(3)=\dfrac{11}{2}$

Δ4.

$\int_1^2 f(x)dx=\int_1^2\left(\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{5}{2}x^2+6x+1\right)dx=\left[\dfrac{x^4}{12}-\dfrac{5x^3}{6}+3x^2+x\right]_1^2=\left(\dfrac{16}{12}-\dfrac{40}{6}+12+2\right)-\left(\dfrac{1}{12}-\dfrac{5}{6}+3+1\right)=$

$\left(\dfrac{26}{3}\right)-\left(\dfrac{13}{4}\right)=\dfrac{65}{12}$.

Επιμέλεια: Αθανασιάδης Κώστας, Καρακούμης Βασίλης