



Απαντήσεις στα Μαθηματικά Γ' ΕΠΑΛ 2009

ΘΕΜΑ 1^ο

- A) σχολικό σελ. 134
B) α) ΣΩΣΤΟ
β) ΛΑΘΟΣ
γ) ΛΑΘΟΣ
δ) ΣΩΣΤΟ
Γ) α) $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
β) $(cf)'(x) = c \cdot f'(x)$
γ) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = [\ln x]_{\alpha}^{\beta} = \ln \beta - \ln \alpha$

ΘΕΜΑ 2^ο

A)

Βιβλία x_i	Μαθητές v_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %	$x_i v_i$
1	4	16	4	16	4
2	6	24	10	40	12
3	8	32	18	72	24
4	7	28	25	100	28
Αθροίσματα	25	100			68

B) Επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός ($v = 25$), η διάμεσος θα είναι η μεσαία παρατήρηση, είναι $\frac{v+1}{2} = \frac{25+1}{2} = \frac{26}{2} = 13$ δηλ. η διάμεσος είναι η 13^η παρατήρηση. Από τον πίνακα βρίσκω ότι $\delta = 3$.

Γ) $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{68}{25} = 2,72$

Δ) Τουλάχιστον 2 βιβλία (δηλ. 2 ή 3 ή 4 βιβλία) είναι : $24\% + 32\% + 28\% = 84\%$ δηλ. το 84% των μαθητών διάβασε τουλάχιστον 2 βιβλία.

ΘΕΜΑ 3ο

A) $f(x) = -x^2 + 6x + 8$

$f'(x) = (-x^2 + 6x + 8)' = (-x^2)' + (6x)' + (8)' = -2x + 6$

B) $f'(x) = -2x + 6$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 6 = 0 \Leftrightarrow -2x = -6 \Leftrightarrow x = 3$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f'	+	0	-
f	↗		↘

Δηλαδή η $f(x)$ στο διάστημα $(-\infty, 3]$ είναι γνησίως αύξουσα ενώ η $f(x)$ στο διάστημα $[3, +\infty)$ είναι γνησίως φθίνουσα .

Γ) Για $x = 3$ η $f(x)$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο , το $f(3) = 17$

Δ)

$$\int_0^3 f(x)dx = \int_0^3 (-x^2 + 6x + 8)dx = -\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^3 + 6\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^3 + 8[x]_0^3 =$$

$$-(9-0) + 6 \cdot \left(\frac{9}{2} - 0\right) + 8 \cdot (3-0) = -9 + 27 + 24 = 42$$

ΘΕΜΑ 4ο

$f(x) = x^3 + 4x + 2\alpha e^x$ όπου $\alpha = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

A) Έχω : $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1) \cdot (x+2)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x + 2) = -1 + 2 = 1$. Άρα $\alpha = 1$.

B) α) $f(x) = x^3 + 4x + 2e^x$
 $f'(x) = 3x^2 + 4 + 2e^x$

β) Έχω : $f'(x) = 3x^2 + 2e^x + 4$ όπου έχω : $3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$
 $2e^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
 $4 > 0$

Άρα $f'(x) > 0$ στο \mathbb{R} . Επομένως $f(x)$ γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

γ)

$E = \int_2^4 |f(x)| dx = \int_2^4 (x^3 + 4x + 2e^x) dx = \int_2^4 x^3 dx + \int_2^4 4x dx + \int_2^4 2e^x dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_2^4 + [2x^2]_2^4 + [2e^x]_2^4 =$

$\frac{4^4}{4} - \frac{2^4}{4} + 2 \cdot 4^2 - 2 \cdot 2^2 + 2e^4 - 2e^2 = 64 - 4 + 32 - 8 + 2e^4 - 2e^2 =$

$= 84 + 2e^4 - 2e^2$ τ.μ.