ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2015 – ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. (i) Τα άκρα των διαστημάτων που αποτελούν τα άκρα του πεδίου ορισμού της συνάρτησης.

(ii) Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού της συνάρτησης στα οποία δεν υπάρχει η παράγωγος της συνάρτησης. Τα σημεία αυτά καλούνται γωνιακά σημεία της f.

(iii) Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού της συνάρτησης στα οποία υπάρχει η παράγωγος της f και είναι ίση με μηδέν. Τα σημεία αυτά καλούνται στάσιμα σημεία της f.

Α2. α→Λ
β→Σ
γ→Λ
δ→Λ
ε→Σ

Α3. α) $\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{x}dx=\left[\ln|x|\right]_{\alpha}^{\beta}$

β) $(c)'=0$

γ) $\bar{x}=\dfrac{v_1x_1+v_2x_2+\ldots+v_\kappa x_\kappa}{v}$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

x_i	K_i	v_i	N_i	$K_i v_i$	$\bar{x}-K_i$	$(\bar{x}-K_i)^2$	$v_i(\bar{x}-K_i)^2$
[5,15)	10	**20**	20	200	10	100	2000
[15,25)	20	14	**34**	**280**	0	0	0
[25,35)	30	**12**	46	360	-10	100	1200
[35,45)	40	4	50	160	-20	400	1600
Σύνολα	---	**50**	---	1000	---	---	4800

$$v_2 = N_2 - N_1 = 34 - 20 = 14$$

$$v_4 = v - (v_1 + v_2 + v_3) = 50 - 46 = 4$$

Β2. $\bar{x} = \dfrac{1000}{50} = 20$

Β3. $s^2 = \dfrac{4800}{50} = 96 \qquad s = \sqrt{s^2} = \sqrt{96} \approx 10$

Β4. $CV = \dfrac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \dfrac{10}{20} \cdot 100\% = 50\%$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} \left(4x + 4e^{x-2}\right) = 4 \cdot 2 + 4e^{2-2} = 8 + 4e^0 = 8 + 4 = 12$

Γ2. $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{\lambda(x-2)} = \dfrac{2^2 + 2 \cdot 2 + 4}{\lambda} = \dfrac{12}{\lambda}$

Γ3. Η f συνεχής στο x = 2 → $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = f(2)$

Άρα $\dfrac{12}{\lambda} = 12 \Leftrightarrow 12\lambda = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1$

Γ4. Το ολοκλήρωμα υπολογίζεται από τον 2^o κλάδο:

$$\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 (4x + 4e^{x-2})dx = \int_1^2 4xdx + 4\int_1^2 e^{x-2}dx = \left[2x^2\right]_1^2 + 4\int_1^2 (x-2)'e^{x-2}dx =$$

$$= 2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 1^2 + 4\left[e^{x-2}\right]_1^2 = 8 - 2 + 4\left(e^{2-2} - e^{1-2}\right) = 6 + 4\left(e^0 - e^{-1}\right) =$$

$$= 6 + 4\left(1 - \frac{1}{e}\right) = 6 + 4 - \frac{4}{e} = 10 - \frac{4}{e}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $B'(t)=\left(-\dfrac{t^3}{3}\right)'+\left(2t^2\right)'+\left(12t\right)'+\left(15\right)'=-t^2+4t+12$ $\;{}^{\text{τόνους}}\!/\!_{\text{έτος}}$

Δ2. $B'(t)=0 \Leftrightarrow -t^2+4t+12=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ t=6 \end{cases}$

t	$-\infty$	-2		0		6		10	$+\infty$
$B'(t)$		0			+	0	-		
$B(t)$					$\nearrow$		$\searrow$		
			Τ.Ε.		Τ.Μ.		Τ.Ε.		

Για t = 6 έτη το βάρος γίνεται μέγιστο.

Δ3. Από τον πίνακα έχουμε ότι στο [6,9] η Β(t) είναι γνησίως φθίνουσα

$6 \le t \le 9 \overset{B(t)\searrow}{\Rightarrow} B(6) \ge B(t) \ge B(9)$

Δ4. $B''(t)=(-t^2)'+(4t)'+(12)'=-2t+4$ $\;{}^{\text{τόνους}}\!/\!_{\text{έτος}^2}$

$B''(t)=0 \Leftrightarrow -2t+4=0 \Leftrightarrow t=2$

t	0		2		10
$B''(t)$		+	0	-	
$B'(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	
	Τ.Ε.		Τ.Μ.		Τ.Ε.

Ο ρυθμός μεταβολής του βάρους γίνεται μέγιστος για t = 2 έτη.